

Les coalitions, le pouvoir des électeurs, et l'instabilité politique

Andrew Gelman

Département de Statistique et Département de Science Politique,
Columbia University, New York

En visite à Université Paris Dauphine, ENSAE, et Université de Technologie de
Compiègne

23 juin 2014

- ▶ La formation de coalitions, considéré comme un dilemme du prisonnier : une explication théorique potentielle d'instabilité politique
- ▶ Modèles mathématiques et statistiques du pouvoir des électeurs
- ▶ Les deux sujets contiennent :
 - ▶ Les problèmes ouvert en mathématiques
 - ▶ Les problèmes ouvert en science politique
- ▶ Collaboration avec Francis Tuerlinckx, Joe Bafumi, et Jonathan Katz

La première partie de la conférence

- ▶ Quelques possibilités
 - ▶ Aucun coalitions
 - ▶ Une coalition de 5 électeurs
 - ▶ Une coalition de 3 électeurs
 - ▶ 3 coalitions de 3 électeurs
- ▶ Évaluer Pr (électeur est décisif) pour :
 - ▶ Chaque électeur dans une coalition
 - ▶ Chaque électeur à l'extérieur de la coalition
 - ▶ La moyenne sur les 9 électeurs

- ▶ Le *pouvoir* d'un électeur : $\Pr$ (votre vote est décisif)
- ▶ La *satisfaction* : $\Pr$ (votre désir est atteint)
- ▶ Pas la même chose :
 - ▶ Supposer que 90% des électeurs votent pour A et 10% votent pour B :
 - ▶ Presque tous les électeurs sont satisfaits mais ils ont presque aucun pouvoir.

La formation de coalitions, considéré comme un dilemme du prisonnier

Les récompenses (du pouvoir de la vote) de joindre une coalition :

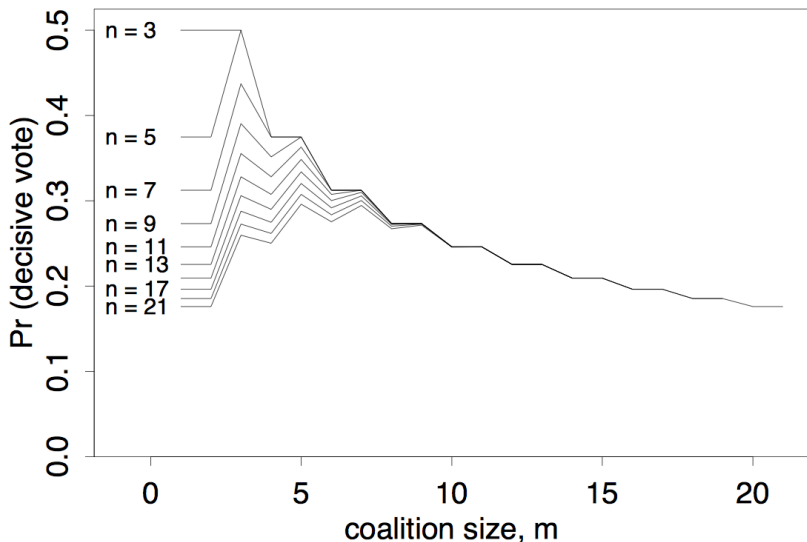
Votre option	Est-ce que les autres électeurs ont organisé les coalitions?	
	Non	Oui
Rester seul	Moyen	Très petit
Joindre une coalition	Grand	Petit

- ▶ Si vous vous joignez à une coalition, ça augmenta le pouvoir de votre vote
- ▶ Mais . . . si tous les électeurs organisent les coalitions, tous les votes aura moins de pouvoir

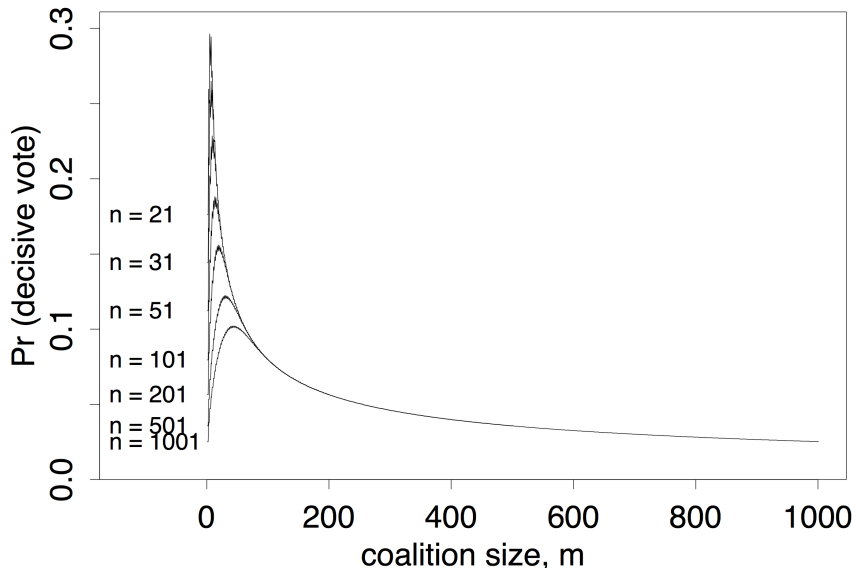
Le pouvoir du vote, c'est pas un jeu à somme nulle!

- ▶ Considérer 2 extrêmes
- ▶ Tout le monde vote
 - ▶ $\Pr(\text{un vote est décisif}) = \Pr(\text{l'élection est à l'égalité})$
 - ▶ Si les votes sont aléatoires, ce probabilité est proportionnelle à $1/\sqrt{n}$
- ▶ Un électeur est choisi par hasard et peut seulement décidé le résultat
 - ▶ $\Pr(\text{le vote est décisif}) = 1$ pour cette personne et 0 pour tous les autres
 - ▶ Moyenne $\Pr(\text{décisif}) = 1/n$
- ▶ Mais les deux systèmes sont « juste » (symétrique)!

Le pouvoir d'un électeur dans une coalition de m dans un électorat de n



Le pouvoir d'un électeur dans une coalition de m dans un électorat de n (pour n grand)



Le nombre optimal d'électeurs m dans une coalition, dans un électorat de n

- ▶ Par l'analyse combinatoire, on trouve que l'optimal m est environ $1.4\sqrt{n}$
- ▶ Exemples :
 - ▶ $n = 10$ (comité de faculté ou d'un club étudiant) : $m_{\text{opt}} = 4$
 - ▶ $n = 100$ (U.S. Senate) : $m_{\text{opt}} = 14$
 - ▶ $n = 435$ (U.S. House of Representatives) : $m_{\text{opt}} = 30$
 - ▶ $n = 5,000,000$ (Pennsylvania) : $m_{\text{opt}} = 3,000$
 - ▶ $n = 100,000,000$ (United States) : $m_{\text{opt}} = 14,000$
- ▶ Le pouvoir d'un vote dans la coalition optimale est environ $0.57n^{-1/4}$ (comparer $0.80n^{-1/2}$ sans coalitions)

- ▶ Le pouvoir d'un vote sans coalitions est $0.80n^{-1/2}$
- ▶ Le pouvoir d'un vote dans la coalition optimale est $0.57n^{-1/4}$
- ▶ Mais ... votre pouvoir si *tous* forment les coalitions optimales, ce sera $0.65n^{-1/2}$
- ▶ C'est le dilemme du prisonnier pour la formation des coalitions

La formation des coalitions : une randonnée dans l'espace des arbres

- ▶ On peut représenter une structure de coalitions comme un arbre
- ▶ Les possible déplacements dans l'espace des arbres :
 - ▶ Quelques électeurs forment une coalition
 - ▶ Une coalition dissout ou divise en les coalitions plus petites
 - ▶ Quelques coalitions forment une coalition de coalitions
 - ▶ Quelques coalitions se rejoignent et forment une grande coalition des individus
- ▶ Examiner les déplacements qui sont *localement bénéfiques* : Pr (décisif) doit augmenter pour tous les électeurs qui participent dans la decision

- ▶ Les déplacements localement bénéfiques ne sont pas transitifs
- ▶ Similaire aux cartels dans l'économie
- ▶ Comment est-il facile à calculer ΔPr (décisif) pour décider si considérer un déplacement dans l'espace des coalitions?
- ▶ Calculs approximatifs (similaire aux calculs d'utilité pour les acteurs économiques)

- ▶ Conjecture : la formation des coalitions est intrinsèquement instable pour $n > 3$
- ▶ Calculs locaux de l'évolution du pouvoir de vote
- ▶ Généralisation du modèle :
 - ▶ Le vote avec poids
 - ▶ La structure du réseau des électeurs
 - ▶ Probabilités inégales p_i pour électeurs i
- ▶ Application des données réelles (les comités législatifs, les tribunaux, ...)

La seconde partie de la conférence

Le pouvoir des votes dans un système avec 2 niveaux

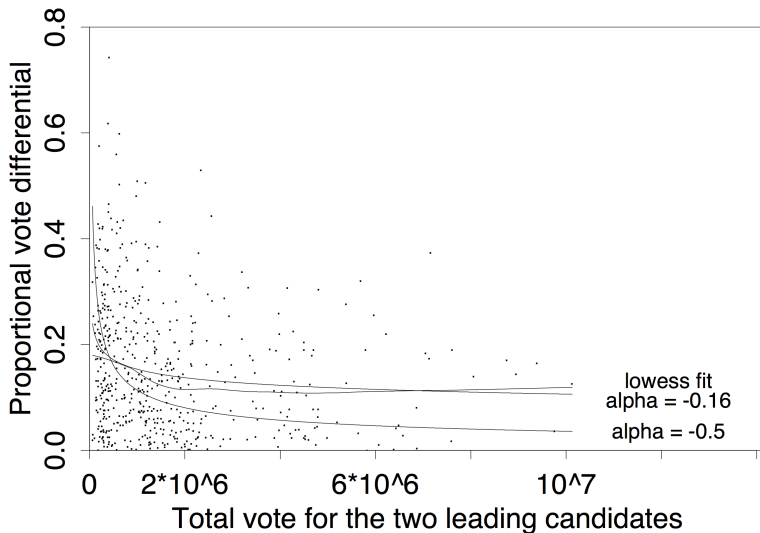
- ▶ Le collège électoral des États-Unis, ou le Conseil de l'Union européenne
- ▶ Le collège électoral :
 - ▶ n_j électeurs dans état j
 - ▶ e_j grands électeurs résument au total pour les États-Unis
- ▶ Votre vote est décisif si :
 - ▶ Votre état est à l'égalité
 - ▶ Les grands électeurs pour votre état sont décisif

Votre pouvoir dans une élection présidentielle

- ▶ Votre pouvoir = $\Pr(\text{votre vote est décisif})$:
 - ▶ $\Pr(\text{votre état est à l'égalité}) \times$
 - ▶ $\Pr(\text{les grands électeurs pour votre état sont décisif, si votre état est à l'égalité})$
- ▶ Un calcul simple basé sur le modèle de vote aléatoire :
 - ▶ $\Pr(\text{votre état est à l'égalité}) \propto 1/\sqrt{n_j}$
 - ▶ $\Pr(\text{les grands électeurs pour votre état sont décisif}) \propto e_j$
- ▶ Alors, votre pouvoir $\propto e_j/\sqrt{n_j}$
- ▶ *Selon ce modèle*, l'avantage pour les électeurs dans les grands états

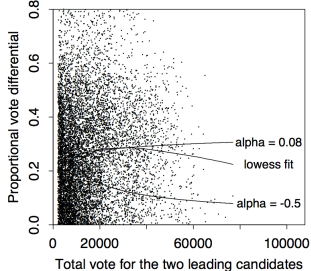
- ▶ Les électeurs lancent les pièces
- ▶ Donc, le pouvoir d'un électeur dans état j , c'est $\propto e_j / \sqrt{n_j}$
- ▶ Focus sur le pouvoir de vote en fonction de n_j
- ▶ Implication essentielle du modèle de vote aléatoire :
 - ▶ Les grandes élections devraient être plus proche (en pourcentage) en comparaison des petites élections
 - ▶ « La loi des grands nombres »
- ▶ On peut comparer à la réalité!

Problème du modèle de vote aléatoire

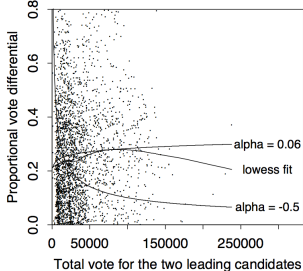


Problème du modèle de vote aléatoire

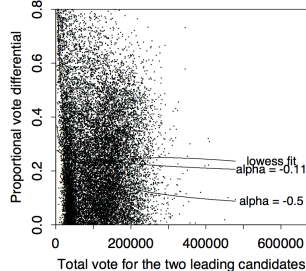
U.S. state house elections



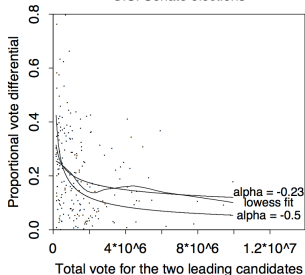
U.S. state senate elections



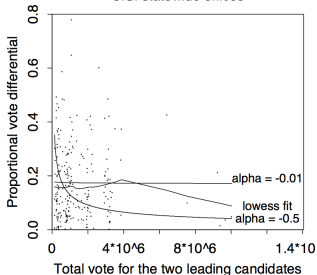
U.S. Congressional elections



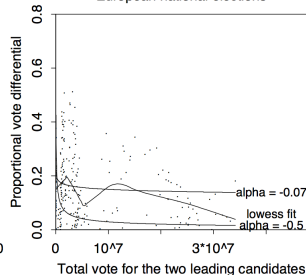
U.S. Senate elections



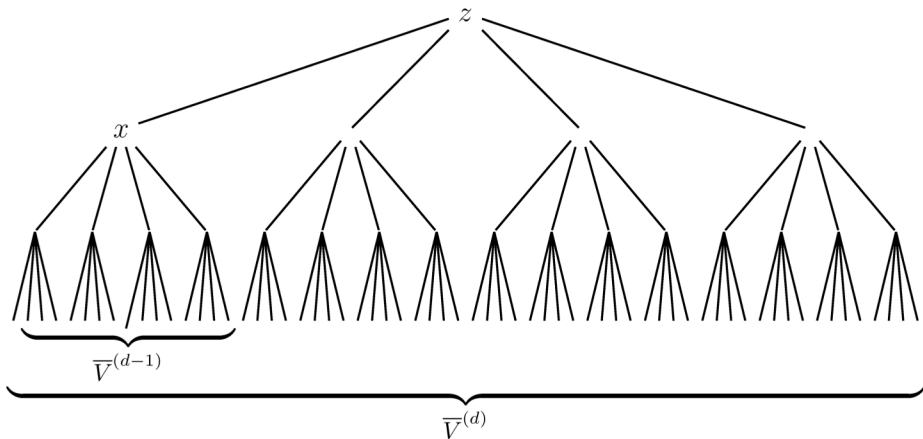
U.S. statewide offices



European national elections



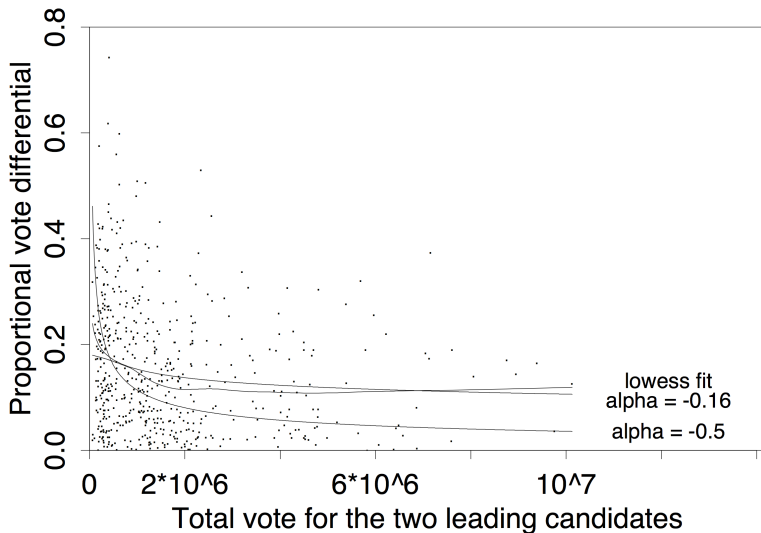
Modélisation sur le réseau des électeurs



Le modèle d'Ising sur un arbre des électeurs

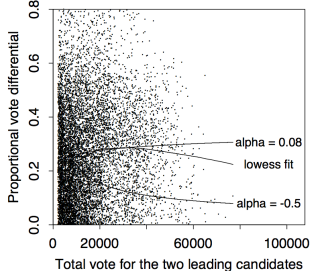
- ▶ Mettre un 1 ou -1 sur chaque nœud de l'arbre; corrélations sur les branches
- ▶ Regarder la loi implicite pour $\bar{V}_n$, la moyenne des n électeurs dans une branche
- ▶ On peut dériver : $\text{sd}(\bar{V}_n) \approx cn^{-\alpha}$ pour n grand
 - ▶ Avec les votes aléatoire, $\alpha = 0.5$
 - ▶ Avec les données réelles, $\alpha \approx 0.1$

L'estimation du paramètre α

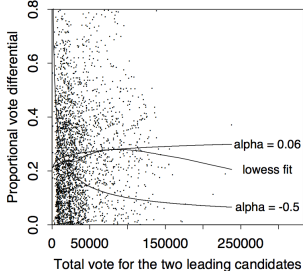


L'estimation du paramètre α

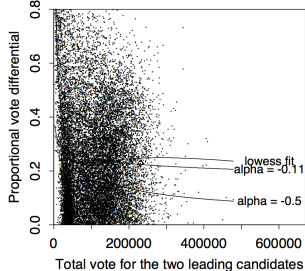
U.S. state house elections



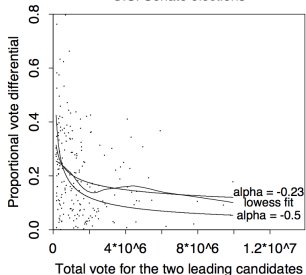
U.S. state senate elections



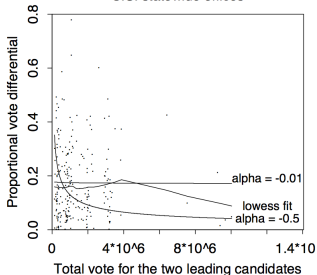
U.S. Congressional elections



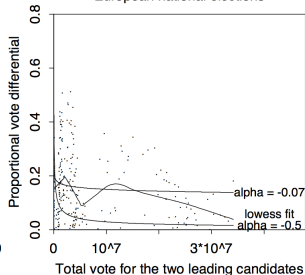
U.S. Senate elections



U.S. statewide offices



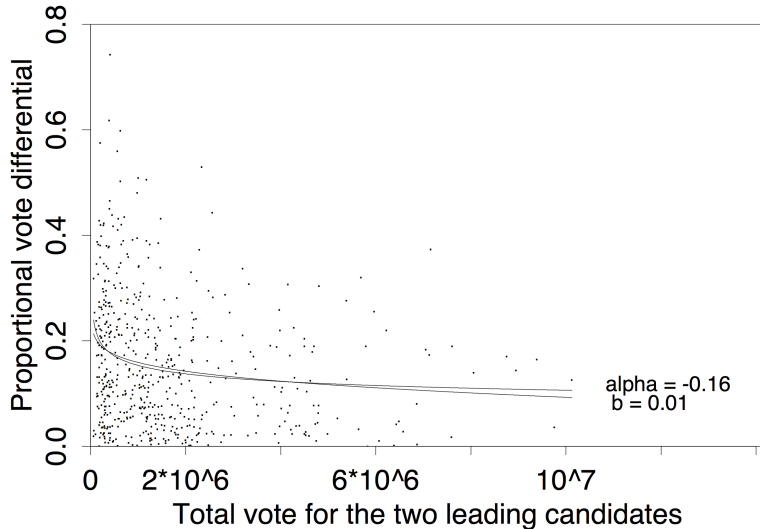
European national elections



Modèle normal sur un arbre des électeurs

- ▶ Mettre un nombre réel sur chaque nœud; ajouter la variation dans chaque niveau de l'arbre
- ▶ Les nombres réels représentent attitudes latentes
- ▶ Aux feuilles de l'arbre, $v_i = \text{sign}(z_i)$
- ▶ Regarder la loi implicite pour $\bar{V}_n$, la moyenne des n électeurs dans une branche
- ▶ On peut dériver : $\text{sd}(\bar{V}_n) \approx \sqrt{a - b \log n}$ pour n grand
- ▶ Cela correspond à des données

Comparaison des modèles $cn^{-\alpha}$ et $\sqrt{a - b \log n}$



- ▶ Déclarations générales sur le pouvoir des électeurs
- ▶ Les modèles plus réalistes pour les réseaux des électeurs
- ▶ Les modèles similaires pour les autres problèmes (pour exemple, la variation géographique de fumer des cigarettes)

- ▶ Les coalitions
 - ▶ La formation d'une coalition peut augmenter votre pouvoir mais diminuer la moyenne pouvoir des électeurs
 - ▶ Une explication théorique potentielle d'instabilité politique (même s'il n'y a aucune dispute réelle)
- ▶ Le pouvoir d'un vote
 - ▶ L'Union européenne donne plus de pouvoir aux électeurs dans les petits pays
 - ▶ Les « indices de pouvoir » qui disent le contraire sont basés sur la fausse règle que les élections seront très proches dans les grands pays
- ▶ On doit considérer les modèles mathématiques dans le contexte des données réelles!